

Équilibrage dynamique et optimisation d'un mécanisme à quatre barres plan

Gabriel Côté Clément M. Gosselin Frank Vollmer

Laboratoire de Robotique, Département de Génie mécanique, Université Laval, Québec, Canada

1. Introduction

L'équilibrage dynamique consiste à obtenir un mécanisme qui n'a aucune réaction externe. Les diverses applications possibles sont bien entendu en aérospatiale, mais aussi dans plusieurs domaines comme en astronomie, dans l'actionnement de grands télescopes où la précision peut être affectée par des réactions externes au mécanisme d'actionnement. D'un point de vue énergétique, l'absence de réactions externes signifie l'absence de pertes d'énergie sous forme de vibrations ou d'ondes sonores. Il est donc clair que l'efficacité énergétique de tels mécanismes est supérieure aux mécanismes non équilibrés dynamiquement. Pour parvenir à équilibrer dynamiquement un mécanisme, il est possible d'ajouter des contre-rotations. Il a été trouvé, dans le cas d'un mécanisme à quatre barres plan [1], qu'il est possible d'obtenir une configuration équilibrée dynamiquement sans contre-rotation.

Le présent article expose une méthode pour développer un mécanisme à quatre barres plan équilibré dynamiquement. Une méthode d'optimisation du mécanisme est également proposée. Finalement, il est expliqué comment cette démarche peut s'adapter au développement de mécanismes à deux et trois degrés de liberté équilibrés dynamiquement.

2. Mécanisme à quatre barres

Quelques solutions ont été trouvées dans [1] pour parvenir à l'équilibrage dynamique d'un mécanisme à quatre barres plan. L'une de celles-ci est reprise ici.

$d = l_2$
 $l_1 = l_3$

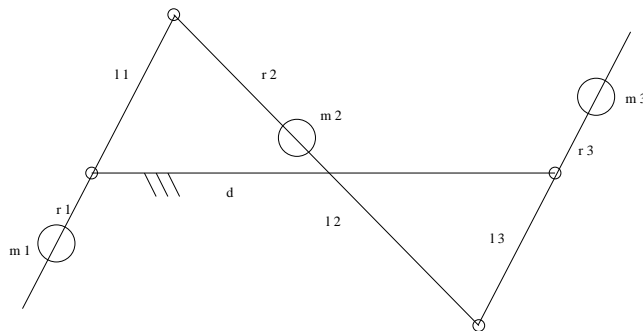


Figure 1: Paramétrisation considérée

La figure 1 représente un mécanisme équilibré dynamiquement si les équations suivantes sont satisfaites:

$$d = l_2 \quad (1)$$

$$l_1 = l_3 \quad (2)$$

$$r_2 = l_2 - \frac{l_2 m_1 r_1}{l_1 m_2} \quad (3)$$

$$r_3 = \frac{l_1 m_2 r_2}{m_3 l_2} \quad (4)$$

$$k_1^2 = \frac{-I_2 - m_1 l_1 r_1 - m_1 r_1^2}{m_1} \quad (5)$$

$$k_3^2 2m_3 l_1 l_2 = -2l_1 l_2 I_2 - (l_1^2 - l_2^2) m_2 l_1 r_2 - (l_1^2 + l_2^2) m_3 l_2 r_3 - 2m_3 l_1 l_2 r_3^2 \quad (6)$$

Avec

$$I_2 = (k_2^2 + r_2^2) m_2 \quad (7)$$

Les équations (1) à (4) représentent les contraintes d'équilibrage statique nécessaires pour obtenir un centre de masse fixe. Dans ces équations, d , l_1 , l_2 , l_3 sont les longueurs des barres, m_i la masse de la barre i , r_i la position du centre de masse et k_i le rayon de gyration. Les équations (5) et (6), quant à elles, sont ajoutées pour obtenir aussi un rayon de gyration constant et complètent les conditions d'équilibrage dynamique.

Pour trouver un mécanisme satisfaisant ces conditions, il est nécessaire d'exprimer une paramétrisation pour établir les contraintes physiques du mécanisme. Le mécanisme à quatre barres est modélisé tel qu'indiqué à la figure 2.

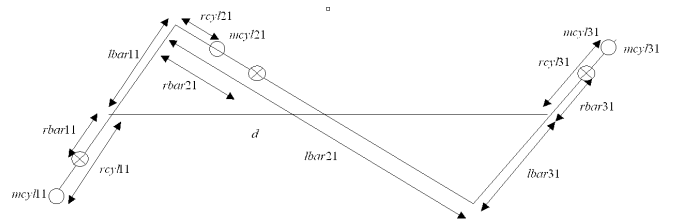


Figure 2: Paramétrisation du quatre barres

La paramétrisation se fait en donnant une section rectangulaire quelconque aux membrures $lbar11$, $lbar21$ et $lbar31$. Aussi, pour faciliter la réalisation du mécanisme, des corps cylindriques (de masses $mcy11$, $mcy21$ et $mcy31$) sont ajoutées aux membrures.

Pour chaque membrure, il y a trois équations de réalisation physiques, soit la masse totale, la position du centre de masse et la valeur du rayon de gyration.

Ainsi, pour chacune des membrures, ces équations sont développées. La figure 3 illustre les paramètres de la membrure 2. Pour cette membrure et les deux autres, un cylindre de masse quelconque est défini. Aussi, de l'espace est laissé pour les articulations. C'est pourquoi $lrec2$ est plus grand que la distance entre les articulations $l21$.

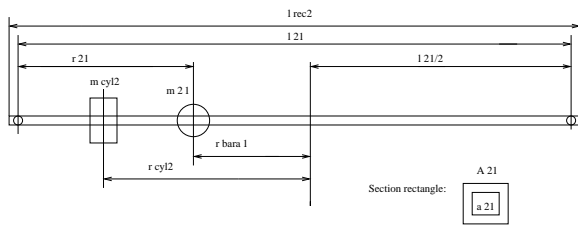


Figure 3: La paramétrisation de la barre 2

3. Optimisation

Il est possible d'intégrer les contraintes d'équilibrage dynamique (1) à (6) ainsi que les équations physiques paramétrées sur les membrures dans un programme d'optimisation. Une fonction d'optimisation non linéaire avec la méthode quasi-newton peut être utilisée. Par une optimisation, il est possible d'éviter d'obtenir un mécanisme trop disproportionné ou trop lourd. Par exemple, la fonction objectif (8), dans laquelle on cherche à minimiser κ , peut être utilisée.

$$\kappa = m_1 + m_2 + m_3 + l_2 \quad (8)$$

4. Extensions

Le processus d'optimisation présenté peut être utilisé pour optimiser un mécanisme équilibré dynamiquement à trois ddl. Un tel mécanisme est représenté à la figure 4.

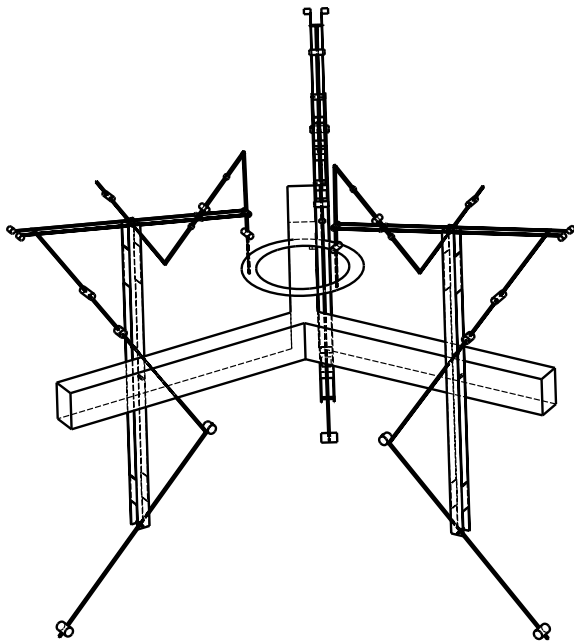


Figure 4: Le mécanisme à trois ddl

Ce mécanisme est constitué de trois pattes ayant chacune deux ddl. Ces pattes se déplacent dans le plan. Si chacune de ces pattes est équilibrée, le mécanisme en entier peut aussi l'être. C'est le cas si les deux conditions suivantes sont respectées:

- La masse ponctuelle (figure 5) correspond au tiers de

la masse de la plate-forme du manipulateur à trois ddl. Aussi, la distance entre le centre de la plate-forme et son point d'attache doit être égal à son rayon de gyration.

- Pour équilibrer chacune des pattes à deux ddl, il faut que celles-ci soient constituées de deux mécanismes à quatre barres en série. Tel qu'illustré à la figure 5, si le mécanisme distal est équilibré dynamiquement, il peut être considéré comme un corps rigide puisque son centre de masse et son rayon de gyration restent les mêmes pour toute configuration du mécanisme. Il est à noter qu'on peut démontrer que le centre de masse se trouvera toujours sur la membrure à la base du mécanisme distal. Ces deux mécanismes constitueront donc l'une des trois pattes à deux ddl d'un mécanisme à trois ddl.

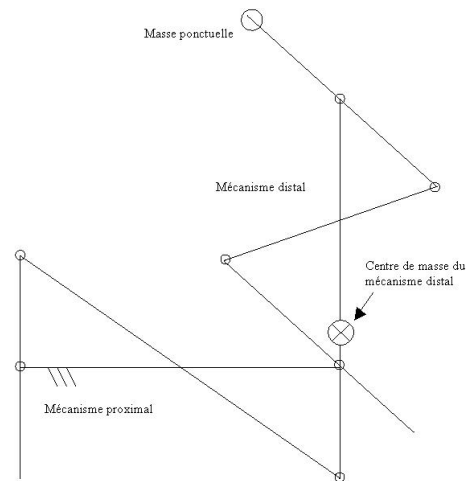


Figure 5: Le mécanisme à deux ddl

5. Conclusion

Une méthode pour développer un mécanisme à quatre barres plan équilibré dynamiquement a été exposée. Il a aussi été montré qu'il était possible d'optimiser le mécanisme selon certains critères en intégrant les contraintes d'équilibrage et de modélisation physique dans un programme. De plus, la méthode présentée est adaptable au développement d'un mécanisme équilibré à deux et trois ddl. Il semble donc clair que la méthode d'optimisation montrée peut se révéler efficace dans le design de mécanismes à un, deux et trois ddl équilibrés dynamiquement. Il serait aussi possible d'utiliser une approche similaire dans la conception d'outils pour le design de mécanismes équilibrés dynamiquement plus généraux.

References

- [1] Ricard, R. and Gosselin, C., 2000, "On the development of reactionless Parallel Manipulators", ASME 2000 Design Engineering Technical Conference, Baltimore, Maryland, 2000.