

# **Influence du comportement dynamique sur la qualité d'une surface fraisée en UGV**

## **Influence of the dynamic behavior on the quality of a milling surface in HSM**

**Henri Paris, Grégoire Peigne, Daniel Brissaud**

Laboratoire 3S

B.P. n°53X

38041 Grenoble cedex, FRANCE

E-mail: [Henri.Paris@hmg.inpg.fr](mailto:Henri.Paris@hmg.inpg.fr)

### **Résumé**

L'usinage de pièces comportant des parois minces est difficile à maîtriser car les risques de broutements sont importants. L'instabilité de coupe générant ces broutements est une des principales causes de faible productivité et du non-respect de la qualité demandée. Il est alors impératif de choisir des conditions de coupe permettant un usinage stable. Cependant, la stabilité est nécessaire mais pas toujours suffisante pour obtenir une surface de très bonne qualité. L'objectif de cet article est de mettre en avant l'influence du comportement dynamique de la pièce sur les défauts géométriques fréquemment rencontrés en usinage de parois minces avec des paramètres de coupe favorables à un usinage stable. Nous montrons que l'amplitude de ces défauts est particulièrement importante aux vitesses de rotation proche d'un sous multiple de la fréquence propre de la pièce. Cette étude permet alors d'optimiser les domaines de stabilité pour obtenir une surface répondant à la qualité demandée.

**Mots clé :** Simulation ; qualité géométrique ; fraisage grande vitesse ; dynamique non-linéaire ; stabilité.

### **Abstract**

The machining of parts containing thin walls is difficult due to the high risks of chatter. The cutting instability generating this chatter is one of the main causes of poor productivity and the non-compliance to the part specifications especially the surface finish. It is then imperative to choose cutting conditions allowing stable machining. However, the stability is necessary but not always sufficient to obtain a surface of very good quality. The objective of this article is to further our understanding of the influence of the dynamic behavior on the geometrical defects frequently encountered in the machining of thin walls with cutting parameters favorable to a stable machining. We show that the amplitude of these defects is particularly important at spindle rotation speeds close to a submultiple of the natural frequency of the part. This study then allows the optimization of the domains of stability to obtain surfaces of the require quality.

**Keywords:** Simulation; geometric quality; High-speed milling; Nonlinear dynamics; stability.

## **1. Introduction**

Les opérations de fraisage réalisées sur des pièces ayant une faible rigidité, comme par exemple les parois minces, favorisent l'apparition de vibrations néfastes pour la qualité de la surface usinée, la durée de vie des outils de coupe et des éléments de la machine-outil. Les broutements apparaissant lors de mauvaises conditions d'usinage peuvent dégrader fortement les performances du moyen de production constitué de l'outil, la machine-outil et la pièce. La durée de vie de l'outil est alors fortement réduite et les fortes variations des efforts de coupe peuvent conduire à un bris d'outil. La qualité de la pièce usinée dans ces conditions défavorables, ne répond plus à la qualité demandée, la pièce est généralement mise au rebut. Le choix des conditions de coupe garantissant une bonne stabilité est alors incontournable pour garantir un usinage de bonne qualité pour l'ensemble des pièces de la série.

Ces vibrations sont issues du processus de coupe qui génère deux types de vibrations : les auto-vibrations et les vibrations forcées. Les auto-vibrations résultent du couplage qui s'établit, sous certaines conditions de coupe, entre les efforts de coupe et la dynamique de l'ensemble pièce-outil-machine du fait du mécanisme de génération de la surface [1-2]. Elles apparaissent quand le système usinant n'a plus la capacité de suivre la dynamique imposée par la coupe. Celui-ci se met alors à vibrer à une fréquence proche de sa fréquence propre. Il en résulte un déséquilibre dans les conditions de travail de chaque dent pouvant aller jusqu'au saut de l'outil hors de la matière. Ces vibrations sont absolument à éviter en usinage car elles dégradent fortement l'état de la surface usinée et peuvent induire des efforts de coupe très élevés, supérieurs au seuil de rupture de certains composants de la cellule élémentaire d'usinage.

Les vibrations forcées sont provoquées par l'excitation périodique due aux efforts de coupe et se caractérisent par une même périodicité que le passage des dents. De ce fait, elles n'affectent pas l'état de surface et les efforts de coupe en régime de coupe établi, car la configuration de l'enlèvement de matière est identique pour chaque dent. Ces vibrations ont une amplitude d'autant plus grande que la fréquence d'excitation est proche d'un mode propre du système usinant.

Les études actuelles sur la stabilité en fraisage s'appuient sur deux approches : l'analyse du système usinant (pièce, outil, machine-outil) modélisé comme un système asservi linéaire et la simulation numérique dans le domaine temporel. Ces deux approches sont complémentaires. La première permet d'obtenir des zones de stabilité dans l'espace des paramètres de coupe et la seconde permet de simuler la qualité et la géométrie usinée pour un point de fonctionnement donné.

La première approche a pour principal objectif de calculer la frontière entre le domaine stable et le domaine instable où apparaissent des broutements en cours d'usinage générés par une variation des efforts de coupe. La variation des efforts de coupe est issue de la variation de l'épaisseur de coupe entre la dent en cours d'usinage et la dent précédente. La variation de l'épaisseur de coupe est principalement due au comportement dynamique de l'outil et/ou de la pièce. Altintas [3], Jensen [4-5] et Minis [6] modélisent ces interactions sous la forme d'une boucle d'asservissement dont le retour est le retard issu de la surface générée par la dent précédente. Pour pouvoir calculer la stabilité de cette boucle, les auteurs linéarisent les équations décrivant le comportement du système usinant et les efforts de coupe. Cela revient à moyenniser l'effort de coupe sur un tour de fraise, à négliger le talonnage et les sauts de l'outil en dehors de

la matière. En résultat, ils obtiennent les domaines stables et instables en fonction des deux principaux facteurs : la profondeur de passe et la fréquence de passage des dents de l'outil de coupe. Davies [7-8] fait des hypothèses moins fortes et intègre dans son modèle les non-linéarités liées à la coupe. Il propose une solution analytique approchée intéressante pour l'usinage de parois minces.

La seconde approche consiste à simuler numériquement la géométrie de la surface usinée. La modélisation du comportement du système usinant prend en considération les phénomènes non linéaires. En effet, Montgomery [9] et Li [10] gèrent à tout instant le nombre et l'engagement des dents dans la matière. Les phénomènes de talonnage et de dent sortant de la matière sont également pris en compte dans le calcul. La surface est discrétisée par un ensemble de points liés par des segments de droite. Coffignal [11] propose un modèle outil effaceur de matière. Il génère la surface usinée par opérations topologiques entre la pièce et le volume balayé par les dents de l'outil. Cependant les modèles de génération de la surface usinée trouvent leurs limites en Usinage Grande Vitesse. En effet, pour obtenir une bonne précision, une discrétisation très fine de la surface est nécessaire. Le temps de calcul devient alors très long et des erreurs numériques peuvent apparaître dans la génération de la surface usinée.

Nous avons développé un simulateur s'appuyant sur un modèle explicite de la surface usinée permettant de découpler la précision temporelle et la précision spatiale. Ce modèle permet une représentation très fine de la surface usinée et par conséquent une très bonne précision de l'épaisseur de coupe à tout instant. Les résultats obtenus permettent de prédire finement les défauts géométriques. L'objectif de cet article est de modéliser les différents défauts rencontrés lorsque l'usinage est stable. Pour cela, nous définissons des critères permettant de comparer des usinages réalisés avec des paramètres de coupe différents.

Après avoir rappelé brièvement le fonctionnement de notre simulateur, nous définissons les différents critères permettant de quantifier ces différents défauts. Puis nous montrons comment ils évoluent en fonction des principaux paramètres de coupe : la vitesse de rotation et la profondeur de passe. Enfin, nous concluons en montrant que tous les usinages stables ne réalisent pas une surface de même qualité.

## **2. Simulation numérique**

Le simulateur développé repose sur une modélisation à l'échelle macroscopique [11] du comportement dynamique de l'ensemble pièce, outil, machine-outil soumis aux efforts de coupe. L'interaction entre les efforts et le comportement dynamique de la pièce permet de déduire les mouvements de la pièce grâce à l'écriture du principe fondamental de la dynamique. Un schéma d'intégration d'Euler implicite du second ordre permet d'obtenir les déplacements de la pièce et les efforts de coupe au cours de l'usinage. A chaque pas de temps, la surface usinée est générée. La modélisation de la surface en cours d'usinage permet de gérer les non-linéarités de la coupe tels que la coupe discontinue et le saut de l'outil hors de la matière. Les principaux résultats donnés par le simulateur sont : la géométrie de la surface usinée, les déplacements de la pièce et les efforts de coupe. Une présentation détaillée des modèles utilisés est faite dans [12]. Nous les décrivons brièvement ici.

## 2.1 Modèle effort de coupe

Durant une opération de fraisage, une succession de parties actives de l'outil enlèvent de la matière à la pièce. Le nombre de dent en travail, la section du copeau sur chaque dent ne sont pas constantes ; ils évoluent au cours de la rotation de l'outil. Pour évaluer les efforts de coupe en fraisage deux étapes sont alors nécessaires.

La première consiste à caractériser et modéliser la force de coupe instantanée exercée par une dent sur la pièce (figure 1). Cet effort résultant est directement dépendant des propriétés du matériau de la pièce et des paramètres de coupe variables au cours du temps. L'effort résultant est donc variable au cours de la rotation de l'outil. Cet effort est ensuite ramené dans repère lié à la dent de manière à obtenir un effort instantané tangentiel  $F_T$  et radial  $F_R$

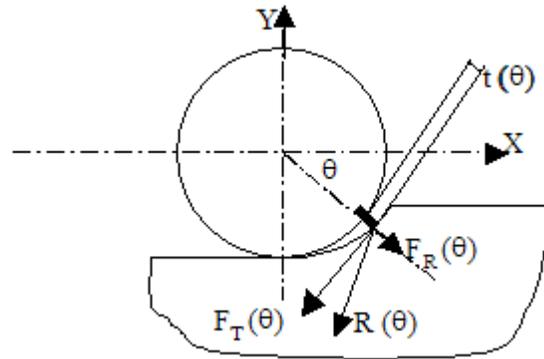


Figure 1 : Modèle de l'action outil pièce en fraisage

La seconde étape consiste à sommer les différentes actions de coupe instantanées de manière à obtenir l'action résultante de l'outil sur la pièce. L'effort tangentiel résultant de l'action de l'ensemble des dents en cours d'usinage est un effort intéressant car il permet, entre autre, de calculer la puissance nécessaire à la broche pour réaliser l'usinage.

Le calcul de l'effort résultant ne pose pas de problème. La principale difficulté consiste à modéliser l'action instantanée de l'outil sur la pièce. La plupart des auteurs de la littérature [13-15] s'appuient sur des modèles où l'effort de coupe est fonction de la section du copeau. Ces modèles ont l'expression suivante :

$$F_T(\theta) = K_S \cdot t(\theta)^m \cdot d \quad [1]$$

$$F_R(\theta) = K_R \cdot F_T(\theta) \quad [2]$$

Où  $F_T$  et  $F_R$  sont les composantes tangentielles et radiales de l'effort de coupe instantané,  $K_T$  et  $K_R$  sont les coefficients de pression spécifique de coupe,  $t(\theta)$  est l'épaisseur instantanée du copeau,  $d$  est la profondeur de passe et  $m$  une constante.

Pour des outils ayant un angle d'hélice non nul, nous utilisons le modèle proposé par Kline & Devor [16]. L'outil est discrétisé en tranches le long de l'axe de rotation. Sur chaque tranche, les efforts exercés par chaque dent en prise sont calculés à partir des équations (1) et (2). L'effort résultant est alors la somme des efforts sur chaque tranche.

## 2.2 Modèle mécanique de la pièce déformable

Comme nous nous intéressons à l'usinage de parois minces, nous pouvons considérer que l'outil et la machine-outil sont infiniment rigides vis à vis de la rigidité de la pièce. La pièce est alors modélisée par un système à un degré de liberté dans la direction normale à l'avance répondant à l'équation 3.

$$\ddot{y}_p + 2\zeta\omega\dot{y}_p + \omega_0^2 y_p = \frac{\omega_0^2}{k} F_y \quad [3]$$

$y_p$  est l'ordonnée de la pièce dans le repère (O,x,y) attaché au référentiel lié au bâti de la machine.  $\omega_0$ ,  $\zeta$ ,  $k$  sont respectivement la fréquence propre, l'amortissement et la raideur de la pièce.  $F_y$  est la composante suivant y des efforts de coupe, calculée à partir des équations (1) et (2).

## 2.3 Modèle géométrique de la surface usinée

La surface usinée est représentée par un ensemble de lignes sur chaque plan de discrétisation de l'outil. A chaque pas de simulation, la surface est actualisée en "effaçant" la matière balayée par les dents de l'outil au cours du pas. Le profil de la portion de surface nouvellement usinée est l'intersection entre l'enveloppe du déplacement de la face de coupe de chaque dent et la surface usinée. La trajectoire des arêtes de coupe est interpolée par une forme quadratique ce qui permet de limiter les erreurs géométriques de flèche, comparativement à une interpolation linéaire. Cette modélisation permet une très bonne précision sur le calcul de l'épaisseur de copeau et la représentation de la surface usinée finale.

Lors de la simulation numérique, la position de chaque arête de coupe associée à chaque dent est calculée à chaque pas de temps. Cependant pour améliorer la précision des calculs, il est nécessaire d'interpoler finement le déplacement de l'arête de coupe entre deux instants successifs. Le modèle de trajectoire de l'arête que nous avons mis en place s'appuie sur une interpolation quadratique de la trajectoire, entre les instant t-1 et t, passant par les positions de l'extrémité de la dent aux instants t-2, t-1 et t, correspondant aux deux derniers pas de temps de la simulation. La surface usinée par l'arête de coupe est alors approximée par un ensemble de segments de droite répondant à un critère de distance maximale entre deux points consécutifs. Ce modèle permet de découpler les aspects temporel et spatial. Ceci permet d'optimiser le temps de simulation tout en maîtrisant la précision de la surface usinée.

## 3. Défauts géométriques

La figure 2 montre le profil d'une paroi mince d'une longueur de 100 mm usinée avec un outil de 14 mm de diamètre ayant 4 dents, une profondeur de passe axial  $ap$  de 5 mm et une profondeur de passe radiale  $ae$  de 0.1 mm. Le profil fait apparaître trois défauts. Le premier défaut est lié à l'état de la surface en régime établi. Le deuxième concerne le profil en début et en fin d'usinage. Ce défaut est essentiellement du au régime transitoire du système outil pièce en début et fin d'usinage. Le troisième est lié au décalage de la surface. Sur la figure 2, nous voyons que l'outil a enlevé plus de matière que prévu et la surface est décalée de 42  $\mu\text{m}$ . Nous allons maintenant définir des critères pour quantifier ces défauts.

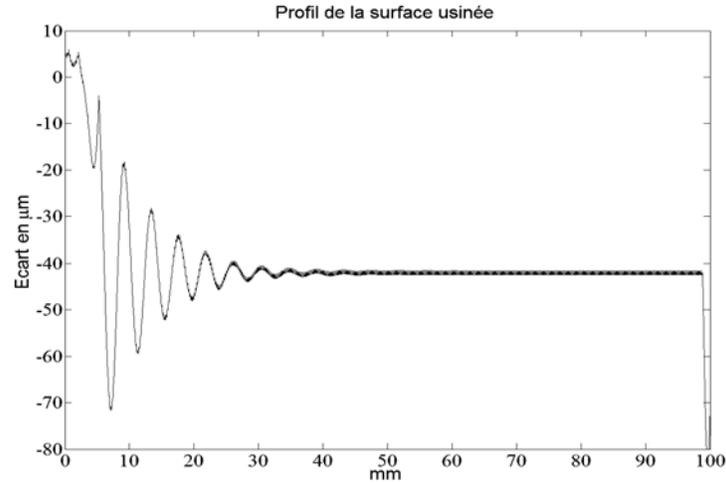


Figure 2 : Profil de la surface usinée

### 3.1 Etat de surface

Le premier défaut est l'état de surface en régime établi. Ce défaut est issu de la trace laissée par chaque dent sur la pièce. Pour un usinage idéal, sans phénomène vibratoire, le profil de la surface usinée est l'enveloppe des trajectoires en trochoïde de l'ensemble des dents. Si on considère que la cinématique de l'usinage et que l'outil sont parfaits, la trace de chaque dent sur la surface finale est quasiment un arc de cercle de rayon égal au rayon d'outil. La rugosité totale,  $R_{tth}$ , est couramment approximée, avec une très bonne précision, par la formule suivante :

$$R_{tth} = 125.(f^2/R) \quad [4]$$

$R_{tth}$  est exprimé en  $\mu\text{m}$ , l'avance par dent  $f$  et le rayon d'outil  $R$  en mm.

Nous définissons un critère  $R_t$  égal à l'amplitude du défaut de surface obtenu en régime permanent sur une longueur de 10mm (figure 3).

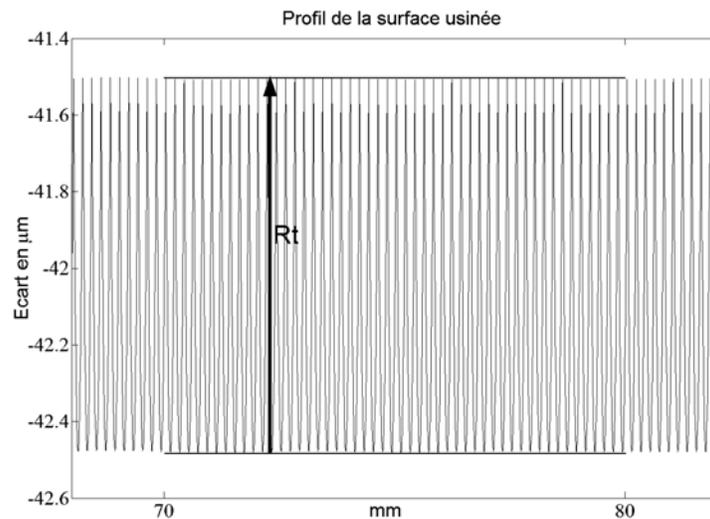


Figure 3: Profil de la surface en régime établi et définition du critère  $R_t$ .

Nous définissons aussi un critère de rugosité, sous une forme adimensionnelle,  $Rt$ , égal au rapport entre la rugosité totale mesurée et la rugosité totale idéale calculée avec la relation (4) pour les mêmes valeurs d'avance par dent et de rayon d'outil. Ceci nous permet de comparer des usinages réalisés avec une avance et/ou un outil de diamètre différent.

### 3.2 Etats transitoires

Ces défauts apparaissent sur le profil généré par les phénomènes transitoires en début et fin d'usinage. Sur la figure 2 le système outil pièce atteint son régime permanent au bout d'environ 35 mm en début d'usinage. Comme nous travaillons en avalant, les paramètres de coupe sont stabilisés lorsque l'outil génère la surface. Par contre, à la sortie, les paramètres de coupe évoluent car la profondeur de coupe passe de  $ae$  à 0 et la surface est générée pendant cette évolution. Le comportement dynamique du système outil, pièce est alors modifié ce qui génère un défaut sur la pièce.

Nous définissons deux critères  $Ls$  et  $Le$  pour caractériser la longueur du régime transitoire au début et à la fin de la surface usinée. Ces longueurs correspondent à la zone où la surface a un défaut  $Rt$  supérieur à 2 fois le défaut  $Rt$  du régime stabilisé. Prenons par exemple le profil de la figure 2. La position moyenne de la surface en régime stabilisé est à  $-42 \mu\text{m}$  avec un  $Rt$  de 10  $\mu\text{m}$ . La longueur  $Ls$  du régime transitoire est alors de 35mm comme le montre la figure 4.

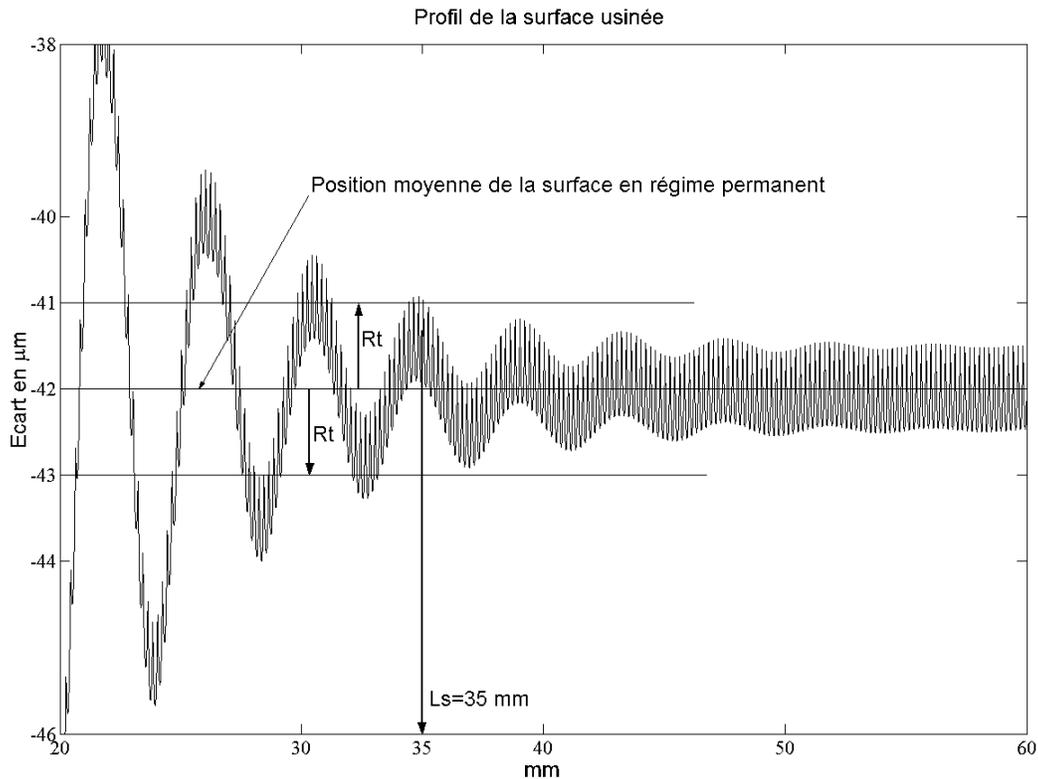


Figure 4 : Profil en début d'usinage et définition du critère  $Ls$ .

### 3.3 Décalage de la surface usinée

Le troisième défaut concerne l'écart entre la position de la surface désirée et réalisée. Sur la figure 2 l'outil enlève plus de matière que souhaitée et la surface usinée est décalée de  $42 \mu\text{m}$  lorsque le système outil-pièce a atteint son régime permanent.

Nous définissons un critère  $D_s$  égal à l'écart entre la position moyenne de la surface en régime établi et la position souhaitée.

## 4. Incidence des paramètres de coupe sur les défauts géométriques

Le système simulé est de type outil rigide - pièce flexible correspondant à l'usinage d'une paroi mince en aluminium. L'usinage est réalisé en avalant avec un outil de diamètre 14 mm comportant 4 dents, sans angle d'hélice. Les caractéristiques dynamiques de la pièce et les coefficients du modèle d'effort de coupe sont les suivants : fréquence propre  $\omega_0 = 111.9 \text{ Hz}$ , amortissement  $\zeta = 0.4\%$ , raideur  $k = 3.58 \cdot 10^6 \text{ N/m}$  ;  $K_s = 283 \text{ N/mm}^2$ ,  $K_r = 0.3$ ,  $m = 0.43$ . Chaque simulation est faite à conditions de coupe constantes. Pour l'ensemble des simulations, l'avance par dent et l'engagement radial sont constants et valent respectivement 0.1 mm et 0.1 mm. La longueur d'usinage est 50 mm. Les paramètres variables sont la profondeur de passe  $ap$  exprimée en mm et la fréquence de rotation  $\Omega$  exprimée en nombre de tours par minute. Cette dernière est aussi utilisée sous une forme adimensionnelle ; rapport entre la fréquence de passage des dents de l'outil et la fréquence propre de la pièce, elle est alors notée  $F$ .

Comme nous nous plaçons dans le domaine de l'Usinage Grande Vitesse, nous faisons varier  $F$  de 0.42 à 4. Les usinages sont réalisés dans les domaines où l'usinage est stable. Ces domaines sont estimés par la méthode proposée par Davies [7] (figure5). La méthode proposée par Altintas [17] trouve ici ses limites car le comportement de l'usinage est fortement non linéaire : les dents de l'outil usinent pendant un très court instant à chaque passage.

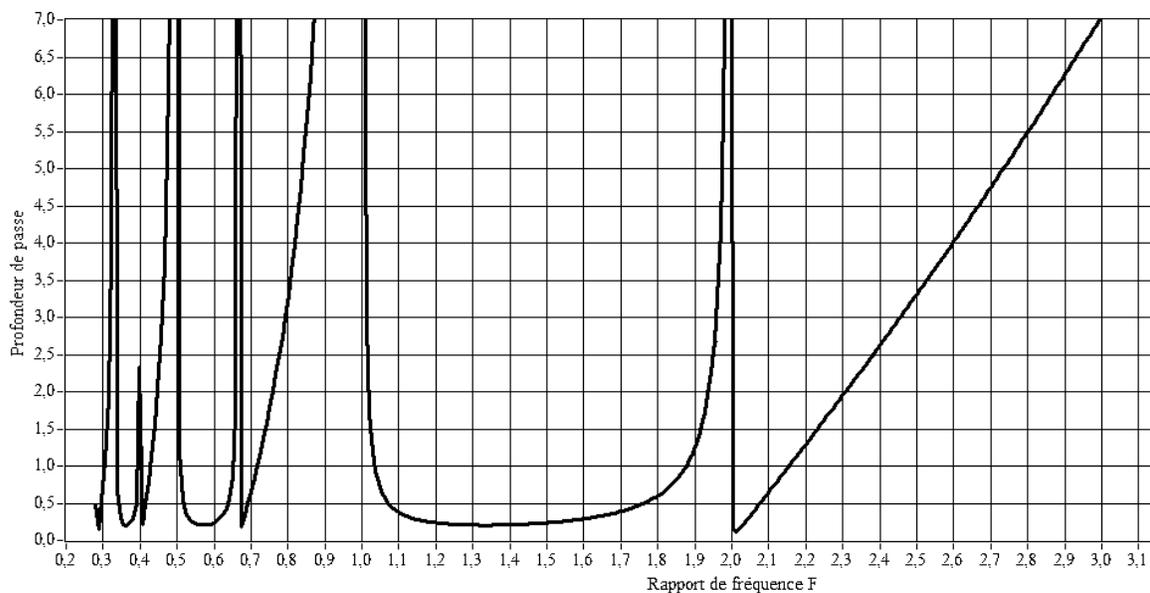


Figure 5 : Lobes de stabilité avec la méthode proposée par Davies [7]

#### 4.1 Influence de la vitesse de rotation de rotation de l'outil.

Les résultats présentés sur la figure 6 montrent la rugosité  $RT$ , le décalage de la surface  $Ds$  et les défauts transitoires en début  $Ls$  et en fin  $Le$  d'usinage pour une profondeur de passe de 5 mm. Nous pouvons remarquer que dans les conditions stables, la rugosité  $RT$  est très proche de 1. Nous remarquons aussi que  $RT$  vaut sensiblement 4 à la frontière des lobes de stabilité. L'analyse spectrale des efforts de coupe montre que dans ce domaine une dent sur deux génère la surface. Ce phénomène est aussi remarqué par Mann [18].

Dans les conditions stables le décalage de la surface  $Ds$  est positif : l'outil n'enlève pas toute la matière désirée. Par contre, dans les conditions instables, l'écart est toujours négatif : l'outil enlève trop de matière.

Le décalage est d'autant plus important lorsque  $F$  est proche de  $1/k$  avec  $k=[1,2,3,..]$ . Ceci est dû au fait que l'amplitude des vibrations est très importante lorsque la pièce est excitée à un sous multiple de sa fréquence propre. La figure 7 montre l'évolution de la surface usinée, les vibrations de la pièce et les efforts de coupe lorsque  $F$  varie de 0.94 à 1. La géométrie de la surface ne varie pas, elle se décale fortement, passant de  $27 \mu\text{m}$  à  $78 \mu\text{m}$ . Les efforts de coupe n'évoluent pratiquement pas. Ils décroissent légèrement car l'outil enlève moins de matière. Par contre, l'amplitude des vibrations de la pièce augmente fortement pour atteindre plus de  $400 \mu\text{m}$  d'amplitude. C'est cette variation d'amplitude qui crée le décalage de la surface usinée.

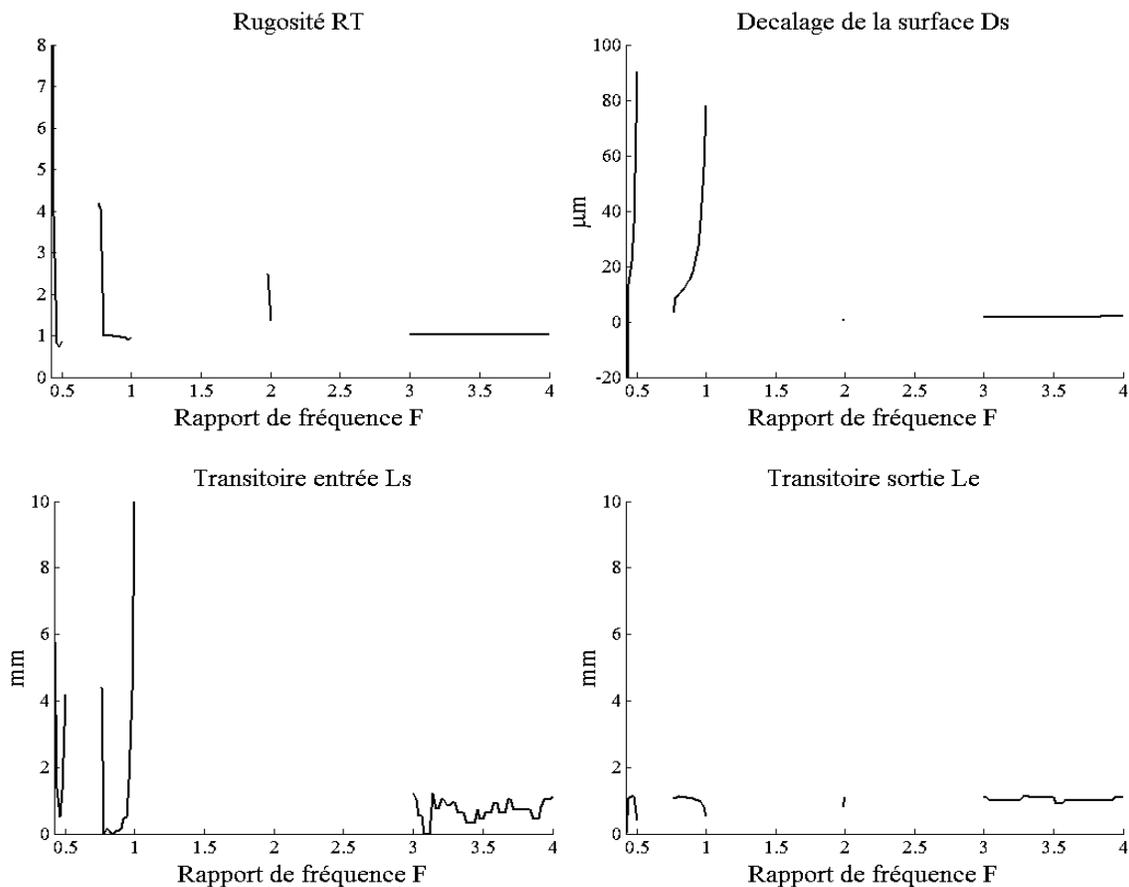


Figure 6 : Evolution de  $RT$ ,  $Ds$ ,  $Ls$  et  $Le$  en fonction de  $F$ .

La longueur  $L_s$  des phénomènes transitoires est plus importante lorsque la pièce est excitée à un sous multiple de sa fréquence propre. La longueur  $L_e$  reste relativement faible. La figure 8 montre l'effet du régime transitoire sur la surface usinée lorsque  $F$  varie de 0.94 à 1. Nous pouvons remarquer que la longueur  $L_s$  augmente fortement lorsque  $F$  tend vers 1. Pour des fréquences de rotation  $F$  supérieures à 3, la longueur  $L_s$  reste relativement proche de 1 mm avec une amplitude maximale inférieure à  $2.5 \mu\text{m}$ .

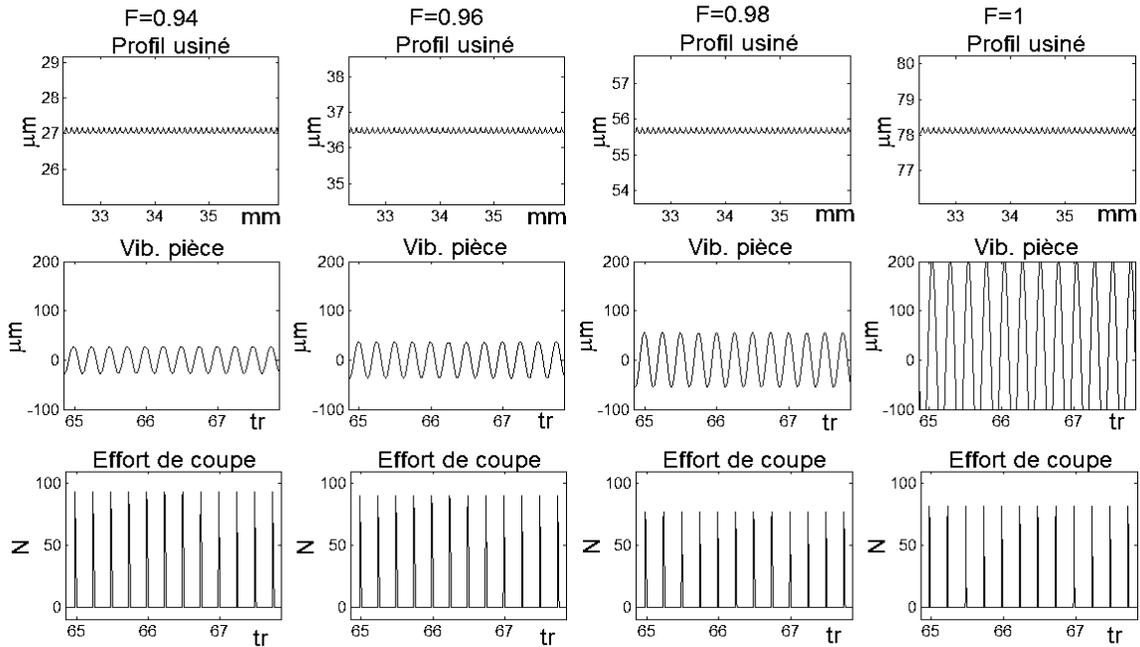


Figure 7 : Evolution du profil usiné, des vibrations de la pièce et des efforts de coupe lorsque  $F$  varie de 0.94 à 1.

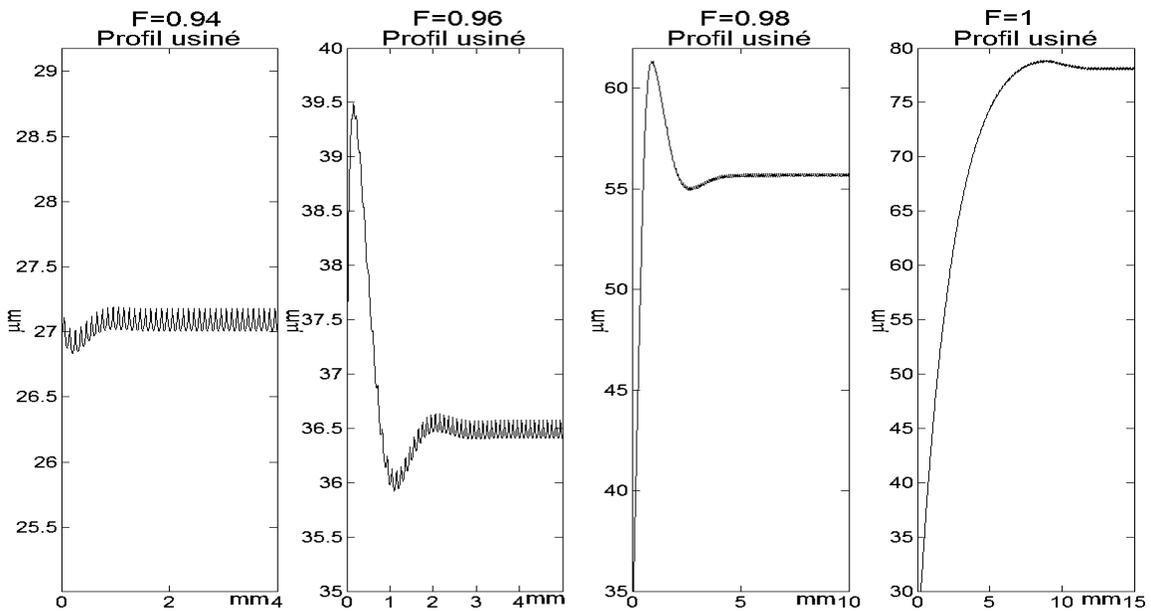


Figure 8 : Evolution de  $L_s$  lorsque  $F$  varie de 0.94 à 1.

## 4.2 Influence de l'engagement axial.

La profondeur de passe n'a pratiquement pas d'influence sur l'état de surface dans les domaines stables. Bien sur, les domaines stables sont plus étendus lorsque la profondeur de passe diminue comme le montre la figure 9 et la figure 5.

Le décalage de la surface  $D_s$  diminue lorsque la profondeur de passe diminue. En effet, les efforts de coupe sont plus faibles. L'amplitude des vibrations de la pièce est alors plus faible.

La longueur de la partie transitoire en début d'usinage  $L_s$  augmente lorsque la profondeur de passe diminue. Par contre l'amplitude maximale du défaut diminue fortement avec la profondeur de passe (9  $\mu\text{m}$  pour  $ap=0.2$  mm contre 42  $\mu\text{m}$  pour  $ap = 5$  mm et  $F=1$ ).

La longueur de la partie transitoire en fin d'usinage  $L_e$  est pratiquement inchangée lorsque la profondeur de passe diminue.

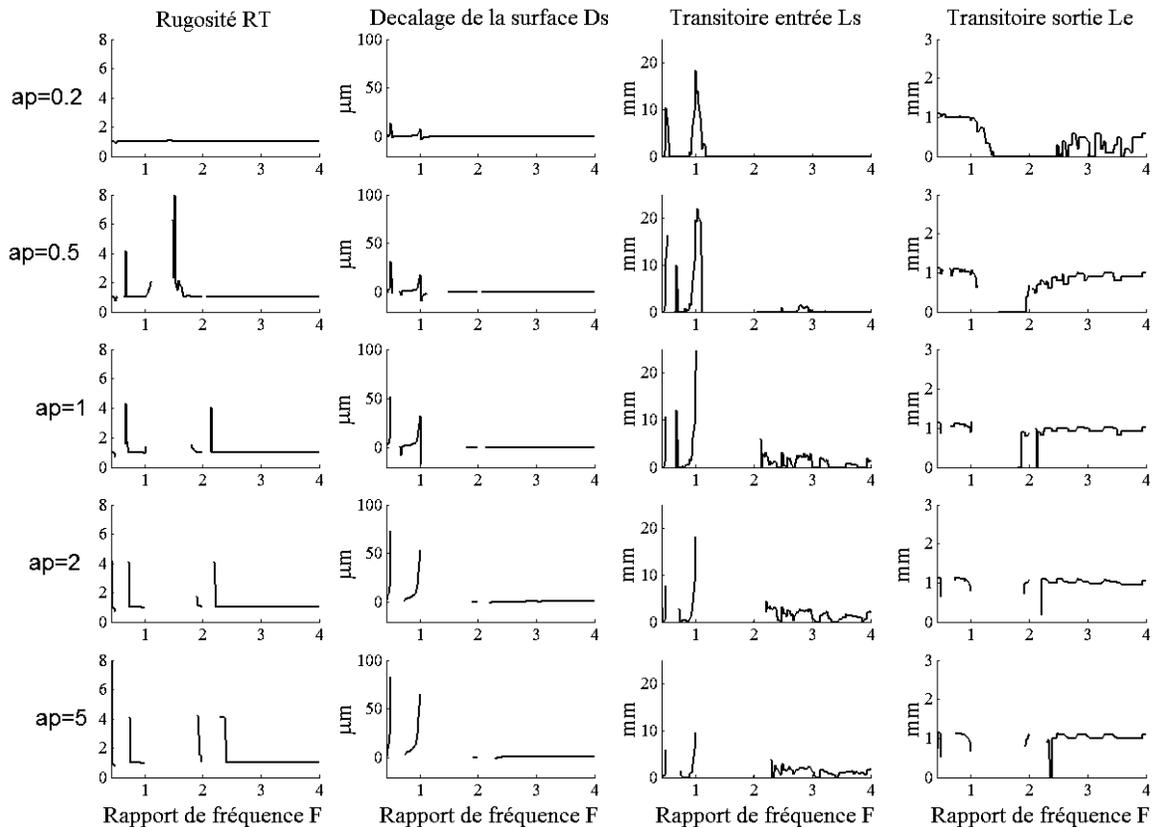


Figure 9 : Evolution de  $RT$ ,  $D_s$ ,  $L_s$  et  $L_e$  en fonction de la profondeur de passe  $ap$  et de  $F$ .

## 5 Conclusion

En fraisage de parois minces, l'instabilité de la coupe est une des premières causes de faible productivité et du non-respect de la qualité de la surface usinée. Les études sur le comportement dynamique du système outil-pièce permettent de prédire les paramètres de coupe nécessaires à un usinage sans broutement. Cependant ceci n'est pas suffisant car même en usinage stable, c'est à dire sans broutement, il est possible d'obtenir une surface usinée avec des défauts importants.

Grâce au simulateur que nous avons développé et permettant de prédire précisément la surface usinée, nous avons pu quantifier ces défauts et analyser l'influence des conditions de coupe sur ceux-ci. Nous avons mis en évidence que tous les usinages réalisés dans les zones de stabilité ne donnent pas la même qualité. En conclusion, il apparaît qu'il plus intéressant de travailler en évitant des fréquences de passage de dent proche d'un sous multiple de la fréquence propre de la pièce ou de travailler à très grande vitesse de rotation de manière à avoir une très bonne qualité de la surface usinée. Travailler à très grande vitesse de rotation présente un intérêt particulier car la qualité de la surface usinée est bonne et la productivité est maximale.

## Références

- [1] **Tobias S. A., Fishwick W.**—*A theory of Regenerative chatter*, The Engineer-London (1958).
- [2] **Tlusty J., Polacek, M.**—The stability of machine tools against self excited vibrations in machining, *International research in production engineering, ASME*, 465-474 (1963).
- [3] **Altintas Y.**— *Manufacturing automation*, Cambridge university press (2000).
- [4] **Jensen S. A., Shin Y. C.**—Stability analysis in face milling operations, Part 1 : Theory of stability lobe prediction, *Journal. of Manufacturing Science and Engineering*, v. 121, 606-614 (1999).
- [5] **Jensen S. A., Shin Y. C.**—Stability analysis in face milling operations, Part 2 : experimental validation and influencing factors, *Journal. of Manufacturing Science and Engineering*, v. 121, 606-614 (1999).
- [6] **Minis I., Yanushevsky R.**—A new theoretical approach for the prediction of machine tool chatter in milling, *Annals of the CIRP*, v. 39, 459-462 (1993).
- [7] **Davies M. A., Pratt J. R., Dutterer B.** — Stability Prediction for Low Radial Immersion Milling, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol 124, pp 217-225, (2002).
- [8] **Davies M.A., Pratt J. R., Dutterer B. S., Burns T. J.**—The stability of low radial immersion milling, *Annals of the CIRP*, v. 49.1, 37-40 (2000).
- [9] **Montgomery, D., Altintas, Y.**—Mechanism of cutting force and surface generation in dynamic milling, *trans. ASME Journal of Engineering for Industry*, v. 113, 160-168 (1991).
- [10] **Li H., Li X.**—Modelling and simulation of chatter in milling using a predictive force model , *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, v. 40, 2047-2071(2000).
- [11] **Coffignal G., beauchesne E., Dekelbab K., Hakem N.**—*Mechanical Simulation of Machining*, Integrated Design and manufacturing in mechanical engineering, Kluwer Academic Publishers pp 297-306 (1997).
- [12] **Peigné G., Paris H., Brissaud D.** — *Simulation of regenerative vibrations and surface generation in flank milling*, Integrated Design and manufacturing in mechanical engineering, kluwer Academic Publishers (2003)
- [13] **Fu H. J., Devor R. E., Kapoor S. G.** — A mechanistic model for the prediction of the force system in face milling operations, *Journal of Engineering for Industry*, vol. 106, pp 81-88(1984).
- [14] **Spence A. D., Altintas Y.** — A solid modeller based milling process simulation and planning system, *Journal of Engineering for Industry*, vol. 116, pp 61-69(1994).
- [15] **Paris H., Delhez C.** — Modelling cutting force in high speed milling, *II International Seminar on Improving Machine Tool Performance*, La Baule, 3-5 july 2000.
- [16] **Kline W. A., DeVors R.E., Lindbergn J. R.** —The prediction of cutting forces in end milling with application to cornerong cuts, *Inetrnational Journal of Machining Tool Design Ressearch* v. 22, 7-12 (1982).
- [17] **Altintas Y., Budak E.**— Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling, *Annal of the CIRP*, v. 44.1, 357-362 (1995).
- [18] **Mann B.P., Insperger T., Bayly P.V., Stépàn G.** — Stability of up-milling and down-milling, part 2 : experimental verification, *International Journal of Machine Tools 1 Manufacture*, vol 43, pp 35-40, (2003).