

# PROGRAMMATION DYNAMIQUE TEMPS-ENERGIE DES ROBOTS PARALLÈLES PAR LAGRANGIEN AUGMENTÉ

A. Khoukhi, L. Baron, M. Balazinski

Département de génie mécanique  
École Polytechnique de Montréal, 2500 chemin de Polytechnique, H3T 1J4

**Mots clés :** Robots parallèles, plate forme de Gough-Stewart, modèle dynamique, programmation hors-ligne, commande optimale multi-objective, Lagrangien augmenté

## Résumé :

Les robots parallèles constituent une classe importante des systèmes robotiques permettant de satisfaire aux exigences compétitives de production et d'assurer de meilleures performances. De ce fait, ils ont reçu un intérêt croissant cette dernière décennie [1]. Cependant, une programmation directe du robot réel peut être fastidieuse et coûteuse. Une manière d'économiser du temps, de l'énergie, et d'augmenter le facteur sécurité est de réaliser un programme hors ligne optimisant les critères désirés relatifs au robot, à la tâche et à l'espace de travail, et télécharger ensuite les meilleurs résultats pour une utilisation temps réel.

Toutefois, en robotique parallèle, la plupart des planificateurs de trajectoire existant sont essentiellement des planificateurs cinématiques, concentrées sur la contrainte d'évitement des configurations singulières [1-3]. Récemment, dans [3] une approche variationnelle de planification de trajectoire pour robots parallèles a été proposée. Cette approche est basée sur le bilan énergétique, pénalise les contraintes sur les longueurs des segments, puis détermine la trajectoire à minimum d'énergie avec évitement de singularités.

Malheureusement, les méthodes de pénalité ont des inconvénients majeurs cités dans la littérature [4,5]. Pour surmonter ces inconvénients liés au mauvais conditionnement numérique et aux non convexités, la technique du Lagrangien augmenté sera appliquée [4]. Cette méthode combine les avantages des algorithmes d'optimisation par pénalité et des méthodes des multiplicateurs, et possède un fort potentiel à traiter les difficultés liées aux non convexités et celles liées au mauvais conditionnement causé par l'utilisation des méthodes de pénalité uniquement [5]. Dans l'approche proposée, le modèle dynamique en temps continu du robot parallèle considéré est basé sur le formalisme Lagrangien, développé dans l'espace de la tâche (référentiel de la plate-forme) [6], et inclue la dynamique des actionneurs. Pour chaque chaîne articulaire constituant le robot parallèle, le modèle dynamique peut s'écrire comme un système

d'équations différentielles :  $\ddot{q} = \bar{M}_c^{-1}(q)(\tau_m - \bar{D}_c(q, \dot{q}))$  avec  $\bar{D}_c(q, \dot{q}) = \bar{N}_c(q, \dot{q}) + \bar{G}_c(q)$ .  $\bar{M}_c(q)$  (6×6)

étant la matrice d'inertie,  $\bar{N}_c(q, \dot{q})$  le vecteur (6×1) contenant les forces et couples de Coriolis et centrifuges,  $\bar{G}_c(q)$  le vecteur (6×1) représentant les composantes de la force de gravité. Le modèle dynamique sous la forme d'état est obtenu comme :

$\dot{X}(t) = F(t)X(t) + G(t)N(X(t)) + B(X(t))\tau(t)$  avec  $X(t) = (X_1(t), X_2(t))^T$  représente le vecteur d'état défini par :

$X_1(t) = q(t) = (x(t), y(t), z(t), \varphi(t), \theta(t), \psi(t))^T$  et  $X_2(t) = \dot{q}(t) = (V_x(t), V_y(t), V_z(t), \dot{\varphi}(t), \dot{\theta}(t), \dot{\psi}(t))^T$

L'équivalent discrétisé de ce modèle est donné par:

$$\begin{bmatrix} X_{1k+1} \\ X_{2k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{6 \times 6} & h_k I_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1k} \\ X_{2k} \end{bmatrix} - \left[ \frac{h_k^2}{2} I_{6 \times 6} \right] \left[ \overline{M}_c^{-1}(X_{1k}) \left[ \overline{N}_c(X_{1k}, X_{2k}) + \overline{G}_c(X_{1k}) \right] \right] + \left[ \frac{h_k^2}{2} I_{6 \times 6} \right] \left[ \overline{M}_c^{-1}(X_{1k}) \right] [\tau_m]$$

Dans notre approche, outre le critère énergétique considéré dans [3], on intègre la minimisation d'une fonctionnel coût comprenant le temps et l'énergie nécessaires à l'exécution de la tâche. Le problème de commande optimale en temps discret résultant est ensuite posé comme suit : Déterminer la séquence optimale des couples moteurs  $((\tau_1^1, \tau_1^2, \dots, \tau_1^6), (\tau_2^1, \tau_2^2, \dots, \tau_2^6), (\tau_3^1, \tau_3^2, \dots, \tau_3^6), \dots, (\tau_N^1, \tau_N^2, \dots, \tau_N^6))$  et des périodes d'échantillonnage  $(h_1, h_2, \dots, h_N)$ , permettant au robot d'aller d'une configuration initiale  $X(0)=X_0$  à une configuration finale  $X(N)=X_F$ , minimisant la fonctionnelle coût suivante :

$$\text{Min}_{\substack{\tau \in \mathbb{R}^{6 \times N} \\ h \in \mathbb{N}^+}} \left\{ \sum_{k=1}^N [(\tau_k^R \tau_k^T + t) h_k] \right\}, \text{ toute}$$

en satisfaisant les équations du modèle dynamique, aux contraintes considérées dans la référence [3], additionnées des limitations sur les périodes d'échantillonnage. L'algorithme du lagrangien augmenté est ensuite appliqué pour résoudre le problème de commande optimale résultant. Un schéma d'implantation de cette approche est illustré sur la Figure 1. On présentera également dans cette communication les résultats préliminaires de l'implantation de cette méthode sur un modèle générique de plate-forme de Gough-Stewart de simulateurs de vol [2].

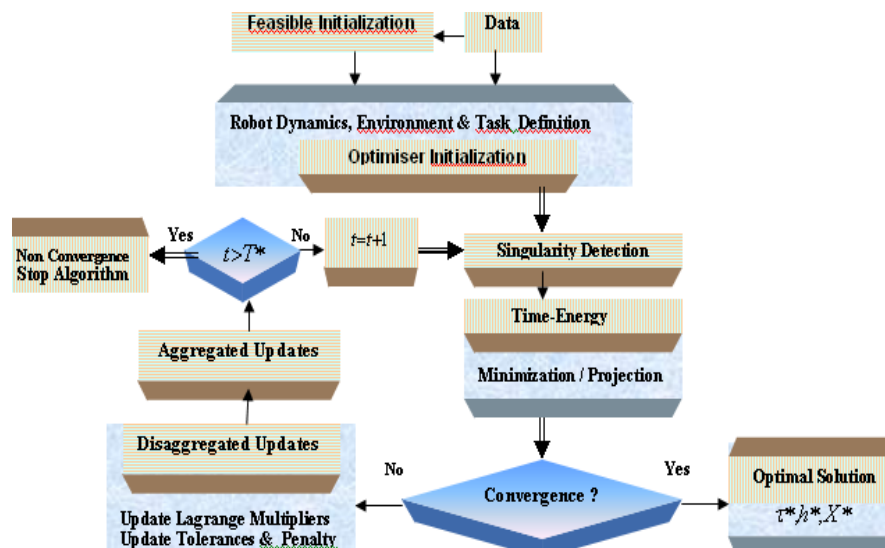


Figure 1. Schéma opérationnel du Lagrangien augmenté, ( $t$  itération courante,  $T^*$  nbr maximum d'itération)

## Références :

- [1] J.P. Merlet, "Les Robot Parallèles", Hermès 2<sup>ème</sup> éd. 1997
- [2] L. Baron, J. Angeles: "The Direct Kinematics of Parallel Manipulators under Joints-Sensor Data", IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 16, (6), pp: 644-651, 2000.
- [3] S. Sen, B. Dasgupta, A. K. Mallik: "Variational Approach for Singularity-free Path-Planning of Parallel Manipulators ", Mechanics and Machine Theory, vol. 38, pp: 1165-1183, 2003.
- [4] A. Khoukhi: "An Optimal Time-Energy Control Design for a Prototype Educational Robot", Robotica, vol. 20, pp: 661-671, 2002.
- [5] T. Rockafellar, "Lagrange Multipliers and Optimality", SIAM Review, (35) 1993, pp: 183-238
- [6] K. Harib, K. Srinivasan: "Kinematic and Dynamic Analysis of Stewart Platform-based Machine Tool Structures", Robotica, vol. 21, pp: 541-551, 2003.